

স্নাতক পাঠ্যক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৫ ও জুন, ২০১৬

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম (Elective)

দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper : **Integral Calculus and
Differential Equations**)

সময় : দুই ঘণ্টা

পূর্ণমান : ৫০

Time : 2 Hours

Full Marks : 50

(মানের গুরুত্ব : ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for accuracy and relevance
in the answer. Marks will be deducted for incorrect
spelling, untidy work and illegible handwriting.****The weightage for each question has been
indicated in the margin.**

বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

১০ × ২ = ২০

১। (ক) নির্দিষ্ট সমাকলের সংজ্ঞার সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :

$$\int_0^1 x^3 dx . \quad 8$$

(খ) নির্দিষ্ট সমাকলের মৌলিক উপপাদ্যটি বিবৃত করুন। ২

(গ) নির্দিষ্ট সমাকলের সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left[1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{4n-3}} \right] \quad 8$$

২। (ক) মান নির্ণয় করুন : (i) $\int e^x \frac{1+x+x^3}{(1+x^2)^{3/2}} dx$

$$(ii) \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+4\cos x} \quad ৩ + 8$$

(খ) অভিসারিত্ব পরীক্ষা / বিচার করুন : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)}$. ৩৩। (ক) ‘বিটা’ অপেক্ষকের সংজ্ঞা দিন ও সেটির অভিসারিত্ব
বিচার করুন। ২ + ৪

(খ) সমাধান করুন :

$$(x^3 D^3 + 2x^2 D^2 + 2)y = 10 \left(x + \frac{1}{x} \right), \left(D = \frac{d}{dx} \right).$$

8

৪। (ক) দেখান যে, $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িতএই বক্ররেখাটির সম্পূর্ণ পরিসীমা হল 2π । ৫(খ) $(D+1)y = x^2 \cos x$ অবকল সমীকরণটির বিশেষ
সমাকল নির্ণয় করুন। ৫

বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৬ \times ৩ = ১৮$

৫। যদি $I_n = \int x^n \sqrt{a-x} dx$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$(2n+3)I_n = 2an I_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2} \text{ এবং এখান}$$

থেকে $\int_0^a x^3 \sqrt{ax-x^2} dx$ -এর মান নির্ণয় করুন। $৪ + ২$

৬। $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ -এই এ্যাস্টেরয়েডের (asteroid) পরিসীমা নির্ণয় করুন।

৭। মান নির্ণয় করুন : $\int_C (x^2 + y^2) dy$.

C : পরাবৃত্ত $y^2 = 4ax$ -এর $(0,0)$ ও $(a,2a)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী চাপ (arc)।

৮। মান নির্ণয় করুন: $\iint_R xy(x^2 + y^2) dx dy$; $R: (0,a;0,b)$.

৯। সাধারণ সমাধান ও বিশিষ্ট সমাধান নির্ণয় করুন :

$$y = px - p \cos^{-1} p + \sqrt{1-p^2}; p = \frac{dy}{dx}. \quad ২ + ৪$$

১০। সমাধান করুন : $x \frac{d^2y}{dx^2} + (x-1) \frac{dy}{dx} - y = x^2$.

বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৩ \times ৪ = ১২$

১১। সমাধান করুন : $(y^2 + 2x^2y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$.

১২। সমাধান করুন : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}(\log y) = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.

১৩। $(D^2 - D - 2)y = 44 - 76x - 48x^2$ সমীকরণটির বিশেষ সমাধান নির্ণয় করুন।

১৪। মান নির্ণয় করুন :

$$\iint_E x^2 y^2 dx dy; E: x \geq 0, y \geq 0; x^2 + y^2 \leq 1.$$

১৫। সমাকল করুন : $\int \sin x \sin 2x \sin 3x dx$.

১৬। যদি $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta d\theta$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$n(I_{n+1} + I_{n-1}) = 1.$$

১৭। দেখান যে, $\int_0^{\infty} e^{-5x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{5}}$.

১৮। $\frac{dx}{dt} = y$; $\frac{dy}{dt} = -x$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নির্ণয় করুন।

EMT-II (UT-218/16)**(English Version)****Group – A**

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) Using the definition of definite integral evaluate : $\int_0^1 x^3 dx$. 4
- b) State fundamental theorem of definite integral. 2
- c) Using definite integral evaluate : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left[1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{4n-3}} \right]$ 4
2. a) Evaluate : (i) $\int e^x \frac{1+x+x^3}{(1+x^2)^{3/2}} dx$
- (ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+4\cos x}$ 3 + 4
- b) Test the convergence of $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)}$. 3
3. a) Define Beta function and test its convergence. 2 + 4
- b) Solve : $(x^3 D^3 + 2x^2 D^2 + 2)y = 10 \left(x + \frac{1}{x} \right)$, $\left(D = \frac{d}{dx} \right)$. 4

B.Sc.-7103-B

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য]

EMT-II (UT-218/16) 2

4. a) Show that the length of the perimeter of the curve defined by $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$ is 2π . 5
- b) Find the particular integral of differential equation $(D+1)y = x^2 \cos x$. 5

Group – B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. If $I_n = \int x^n \sqrt{a-x} dx$, then prove that $(2n+3)I_n = 2an I_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2}$ and hence find the value of $\int_0^a x^3 \sqrt{ax-x^2} dx$. 4 + 2
6. Find the length of the perimeter of the asteroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$. 4
7. Evaluate $\int_C (x^2 + y^2) dy$.
C : arc of the parabola $y^2 = 4ax$ between the points (0,0) and (a,2a). 4
8. Evaluate : $\iint_R xy(x^2 + y^2) dx dy$; $R : (0,a;0,b)$. 4
9. Find the general solution and singular solution of $y = px - p \cos^{-1} p + \sqrt{1-p^2}$; $p = \frac{dy}{dx}$. 2 + 4
10. Solve : $x \frac{d^2 y}{dx^2} + (x-1) \frac{dy}{dx} - y = x^2$. 4

B.Sc.-7103-B

Group – C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Solve : $(y^2 + 2x^2y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$.
12. Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}(\log y) = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.
13. Find the particular integral of
 $(D^2 - D - 2)y = 44 - 76x - 48x^2$.
14. Evaluate : $\iint_E x^2 y^2 dx dy$; $E : x \geq 0, y \geq 0$;
 $x^2 + y^2 \leq 1$.
15. Evaluate : $\int \sin x \sin 2x \sin 3x dx$.
16. If $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta d\theta$, then prove that
 $n(I_{n+1} + I_{n-1}) = 1$.
17. Show that $\int_0^{\infty} e^{-5x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{5}}$.
18. Solve the differential equations :
 $\frac{dx}{dt} = y$; $\frac{dy}{dt} = -x$.
